

Fabio Grasso

Direttore

Dipartimento di Scienze Statistiche

Presidente

Area Didattica delle Scienze Statistiche, Attuariali e Finanziarie

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

**LA PREVIDENZA COMPLEMENTARE:
I PROFILI TECNICI**

SIFA

VIII Corso di Formazione Attuariale Continua sul tema

*“La previdenza complementare:
evoluzione normativa, modelli di gestione, ruolo dell’attuario”*

Roma, 12 dicembre 2012

INDICE

1. Premesse	Pag.	3
2. Aspetti generali	“	4
2.1 Soggetti, contributi e prestazioni	“	4
2.2 Modelli di finanziamento	“	5
2.3 Misura delle prestazioni	“	6
2.4 Schemi a contributo definito e schemi a prestazione definita	“	6
2.5 Modalità contrattuali	“	7
3. Aspetti attuariali	“	9
3.1 Premesse	“	9
3.2 Equilibrio collettivo	“	9
3.3 Equilibrio individuale attuariale	“	14
3.4 Equilibrio individuale finanziario	“	15
3.5 Mutualità e solidarietà	“	16
3.6 Riscatto, riduzione ed anticipazione della prestazione	“	18
3.7 Rischi relativi alla gestione previdenziale	“	19
4. Fondi pensione	“	21
5. Assicurazioni collettive	“	22
5.1 Premesse	“	22
5.2 Assicurazioni collettive previdenziali	“	22
5.3 Assicurazioni collettive di puro rischio	“	26
Bibliografia	“	28

1. Premesse

Con riferimento ai problemi della previdenza, è nota la locuzione *sistema a tre pilastri*. In generale, essa sta ad indicare un sistema articolato su varie forme previdenziali, raggruppabili in tre categorie fondamentali, volte nel complesso a garantire agli individui un'adeguata copertura dei diversi rischi connessi alla vita umana. In particolare:

- a) il primo pilastro designa la *previdenza pubblica di base*;
- b) il secondo pilastro designa la *previdenza complementare*;
- c) il terzo pilastro designa la *libera previdenza individuale*.

Nel corso degli ultimi decenni, anche in conseguenza dei rilevanti squilibri finanziari registrati dai sistemi previdenziali pubblici di base dei principali Paesi industrializzati, il primo pilastro ha significativamente ridotto il proprio intervento, limitandolo (con riferimento alle sole prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia) all'erogazione di:

- una pensione indifferenziata, non legata alla retribuzione (in accordo con l'*impostazione britannica* della previdenza pubblica di base);
- una pensione legata alla retribuzione ma di entità sensibilmente ridotta rispetto al passato e, comunque, limitata da un prefissato importo massimo (in accordo con l'*impostazione germanica*).

Affinché un individuo che entra in quiescenza possa disporre di un adeguato *reddito di sostituzione* di quello (mediamente) percepito nel corso degli ultimi anni di attività lavorativa, è pertanto necessario fare ricorso:

- alla libera previdenza individuale, costituita da diverse forme di *risparmio finanziario* e, in particolare, dall'*assicurazione privata individuale*;
- alla previdenza complementare, potendo quest'ultima offrire varie coperture assicurative a condizioni più vantaggiose, per l'individuo, rispetto a quelle tradizionalmente offerte dall'assicurazione privata individuale.

La presente nota si prefigge di fornire un'introduzione ad alcune metodologie tecnico-attuariali frequentemente in uso nella previdenza complementare, nella quale si collocano forme di previdenza tra loro molto diversificate.

In particolare, la nota focalizza l'attenzione sui *fondi pensione* e, nell'ambito di questi ultimi, sulle *assicurazioni collettive*, le quali prevedono che la gestione previdenziale sia completamente affidata ad un'impresa di assicurazioni.

2. Aspetti generali

2.1 Soggetti, contributi e prestazioni

Si definisce *schema di previdenza complementare* un qualunque “programma” che si prefigge di erogare prestazioni ai membri di una data collettività. Esempi di collettività sono:

- i lavoratori dipendenti di un’azienda;
- i lavoratori autonomi appartenenti ad un’associazione professionale.

Con riferimento ad un *assicurato*, vale a dire il lavoratore che appartiene (su base *obbligatoria* o *volontaria*) alla collettività e che si trova inizialmente in stato di attività (*attivo*), le *prestazioni* erogate da uno schema di previdenza complementare sono di norma le seguenti:

- a) *prestazioni in caso di vita*, del tipo rendita vitalizia (*pensione diretta di vecchiaia* a favore dell’assicurato);
- b) *prestazioni in caso di invalidità* (di norma *permanente*, totale o parziale), del tipo capitale (generalmente crescente al crescere del grado di invalidità) o rendita vitalizia (*pensione diretta di invalidità* a favore dell’assicurato);
- c) *prestazioni in caso di morte*, del tipo capitale o rendita vitalizia (*pensione indiretta* o *pensione di reversibilità* a favore degli eventuali superstiti dell’assicurato, rispettivamente attivo o pensionato, che ne abbiano diritto).

Nel presente lavoro, per semplicità, sono considerate le sole prestazioni del tipo rendita vitalizia (*pensione*) per i casi di invalidità, vecchiaia e morte.

Le prestazioni, erogate nel caso siano soddisfatti determinati requisiti riguardanti il numero di anni di contribuzione, vengono finanziate dai *contributi* (o, anche, *premi*). L’onere relativo alla corresponsione dei contributi, generalmente determinati come aliquota della retribuzione percepita da quest’ultimo, può contemporaneamente gravare su più soggetti (assicurato, datore di lavoro, ...). In particolare, si distinguono:

- a) *schemi contributori*, nei quali l’assicurato partecipa al finanziamento delle prestazioni (talvolta in misura totale, ad esempio nel caso di schemi relativi ad una collettività costituita da lavoratori autonomi);
- b) *schemi non contributori*, nei quali non vi è partecipazione dell’assicurato al finanziamento delle prestazioni.

Oltre all'assicurato ed agli eventuali ulteriori contribuenti, gli altri *soggetti* che intervengono nella gestione di uno schema di previdenza complementare sono i seguenti:

- l'*ente*, inteso come il soggetto (azienda, associazione professionale, ...) che identifica il rapporto di lavoro o la professione dell'assicurato;
- il *gestore*, vale a dire colui che è preposto alla gestione dello schema di previdenza complementare (talvolta si ha una pluralità di gestori: un tipico esempio è quello di una gestione mista banca-impresa di assicurazioni, dove la prima gestisce la fase di accumulo dei contributi e la seconda gestisce la fase di erogazione della prestazione pensionistica);
- gli eventuali *superstiti* dell'assicurato (attivo o pensionato) che abbiano diritto alle prestazioni.

2.2 Modelli di finanziamento

In uno schema di previdenza complementare che eroghi pensioni per i casi di invalidità, vecchiaia e morte, la corresponsione dei contributi può avvenire in base ad una delle seguenti modalità:

- a) *modello "pay as you go"*;
- b) *modello "terminal funding"*;
- c) *modello con finanziamento progressivo*.

In base al *modello "pay as you go"* le pensioni sono finanziate contestualmente alla loro erogazione e non vi è alcun prefinanziamento delle medesime. In questo caso non si ha quindi un accantonamento di *riserve*, genericamente intese come "risorse da destinare al finanziamento delle prestazioni". Tale modello di finanziamento, diffusamente impiegato nella previdenza pubblica di base, non è ovviamente applicabile se il finanziamento delle prestazioni, per ciascun soggetto (pensionato), avviene mediante una sequenza di contributi da parte del medesimo soggetto (durante il periodo di attività).

In base al *modello "terminal funding"* le pensioni sono finanziate mediante la corresponsione dei relativi *capitali di copertura* (vale a dire, i valori attuariali delle pensioni al momento in cui inizia l'erogazione delle medesime). Secondo tale modalità di contribuzione, anch'essa talvolta impiegata nella previdenza pubblica di base, si ha la formazione di una riserva a partire dall'istante di avvio dell'erogazione del trattamento pensionistico.

In base al *modello con finanziamento progressivo*, modalità di versamento dei contributi più frequentemente impiegata nella previdenza complementare, le pensioni sono finanziate mediante una sequenza di contributi versati durante il periodo di attività degli assicurati e, pertanto, si ha la formazione di una riserva già nel periodo di attività di ciascun assicurato. In particolare, tale modello di finanziamento può realizzarsi sia mediante lo *schema a premi annui costanti* sia mediante lo *schema a premi unici ricorrenti*, entrambi largamente adottati per la tariffazione delle rendite vitalizie nell'assicurazione privata individuale.

2.3 Misura delle prestazioni

Ai fini della determinazione delle prestazioni (pensioni) erogate da uno schema di previdenza complementare occorre innanzitutto distinguere tra:

- a) *prestazione contributiva*: in relazione a ciascun assicurato, la pensione è legata, secondo un'assegnata formula, ai corrispondenti contributi versati (e di norma rivalutati mediante opportuni coefficienti);
- b) *prestazione retributiva*: in relazione a ciascun assicurato, la pensione è legata, secondo un'assegnata formula, alle retribuzioni dell'assicurato negli ultimi anni di attività lavorativa (ad esempio l'ultimo anno o gli ultimi tre o cinque anni), essendo le retribuzioni di norma rivalutate mediante opportuni coefficienti; in relazione a ciascun assicurato, quindi, la pensione è del tutto indipendente dai corrispondenti contributi versati.

Le prestazioni erogate dagli schemi di previdenza complementare sono quasi esclusivamente di tipo contributivo.

2.4 Schemi a contributo definito e schemi a prestazione definita

Nella previdenza complementare il legame tra i contributi e le prestazioni, da realizzare mediante un opportuno *principio di equilibrio*, può avvenire secondo due differenti modalità. Infatti, si distinguono:

- a) *schemi a contributo definito*;
- b) *schemi a prestazione definita*.

In uno schema a contributo definito viene inizialmente fissata la sequenza dei contributi e l'ammontare della prestazione è successivamente determinato,

secondo un'assegnata formula, in funzione dei contributi versati. In particolare, uno schema a contributo definito può essere:

- *con garanzia di minima prestazione*, dove la garanzia consiste nella applicazione, ai contributi versati, di un tasso di rendimento non inferiore ad un livello (minimo) garantito;
- *senza garanzia di minima prestazione*.

In uno schema a prestazione definita viene invece inizialmente fissata la prestazione ed i contributi sono poi determinati, secondo un'assegnata formula, in funzione di tale prestazione. In particolare, la prestazione può essere:

- *aggiuntiva*, quando viene fissato l'ammontare della sola prestazione erogata dallo schema di previdenza complementare;
- *integrativa*, quando viene fissato l'ammontare complessivo delle prestazioni erogate dallo schema previdenziale pubblico di base e dallo schema di previdenza complementare.

Nella previdenza complementare sono frequentemente in uso sia schemi a contributo definito sia schemi a prestazione definita. Il legislatore può tuttavia talvolta imporre determinate restrizioni al loro impiego. In Italia, ad esempio, il Decreto Legislativo 21 aprile 1993, n. 124, e successivamente la Legge 8 agosto 1995, n. 335, hanno stabilito che l'adozione di uno schema a prestazione definita sia una prerogativa esclusiva dei lavoratori autonomi e dei liberi professionisti.

2.5 Modalità contrattuali

Si consideri, a titolo esemplificativo, una collettività costituita dai lavoratori dipendenti di un'azienda. In tale ipotesi, le modalità contrattuali di uno schema di previdenza complementare possono essere così classificate:

- a) *schema autoassicurato senza accantonamento di riserve*: il datore di lavoro si impegna a corrispondere una pensione per i casi di invalidità, vecchiaia e morte senza costituire alcuna riserva;
- b) *schema autoassicurato con accantonamento di riserve interno all'azienda*: il datore di lavoro si impegna a corrispondere una pensione per i casi di invalidità, vecchiaia e morte procedendo all'accantonamento di riserve;
- c) *schema autoassicurato con accantonamento di riserve esterno all'azienda (o, anche, fondo pensioni autogestito)*: il datore di lavoro si impegna a corrispondere una pensione per i casi di invalidità, vecchiaia e morte

procedendo alla costituzione di un'unità operativa, esterna all'azienda, preposta all'accumulo dei contributi, all'accantonamento delle riserve e all'erogazione della pensione;

- d) *schema assicurato* (o, anche, *fondo pensioni assicurato*): il datore di lavoro si impegna a corrispondere una pensione per i casi di invalidità, vecchiaia e morte procedendo alla stipulazione di un contratto con uno o più intermediari finanziari (banca, impresa di assicurazioni, ...) per la gestione (almeno parziale) dello schema di previdenza complementare.

La suddetta classificazione evidenzia come si abbia uno schema autoassicurato quando non si attua alcun trasferimento di rischi dall'ente (nell'esempio qui considerato, l'azienda) ad altri soggetti (vale a dire, gli intermediari finanziari). Inoltre, si osserva che:

- lo schema autoassicurato senza accantonamento di riserve, realizzato mediante il modello di finanziamento "pay as you go", espone gli assicurati (e gli eventuali superstiti) al *rischio di insolvenza* e costituisce pertanto una modalità contrattuale raramente impiegata per la gestione delle forme di previdenza complementare;
- lo schema autoassicurato con accantonamento di riserve interno all'azienda offre maggiori garanzie agli assicurati, in conseguenza dell'accantonamento di riserve; queste ultime possono essere coperte da:
 - *investimenti generici* (beni di proprietà dell'azienda)
 - *investimenti specifici* (tipicamente di tipo mobiliare, vincolati agli impegni inerenti allo schema previdenziale e, pertanto, in grado di fornire ulteriori garanzie agli assicurati);
- lo schema autoassicurato con accantonamento di riserve esterno all'azienda prevede investimenti specifici e, inoltre, la partecipazione alla gestione previdenziale da parte di rappresentanti dei lavoratori, dei pensionati e del datore di lavoro, con la consulenza di esperti in ambito finanziario ed attuariale (in tale ambito è di notevole rilievo il ruolo dell'*attuario*);
- lo schema assicurato affida frequentemente ad un primo intermediario finanziario (ad esempio una banca o un'impresa di assicurazioni) la gestione dell'accumulo dei contributi, mentre è affidata ad un secondo intermediario (tipicamente un'impresa di assicurazione) la gestione delle rendite vitalizie; la presenza di uno o più intermediari finanziari consente di realizzare, rispetto ad uno schema autoassicurato, un migliore impiego delle eventuali riserve accantonate.

3. Aspetti attuariali

3.1 Premesse

In uno schema di previdenza complementare l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni può essere variamente definito (e, quindi, realizzato). In particolare, si può considerare:

- a) un *equilibrio collettivo*;
- b) un *equilibrio individuale*.

L'equilibrio collettivo è di tipo attuariale in quanto prende in considerazione sia la *componente demografica* sia la *componente finanziaria*, mentre l'equilibrio individuale può essere:

- di tipo *attuariale*;
- di tipo *finanziario*.

Di seguito sono sinteticamente descritti e confrontati i suddetti tre principi di equilibrio. A tale fine, per semplicità, si ipotizza che lo schema di previdenza complementare eroghi solamente prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia (vale a dire, una *pensione di vecchiaia*).

3.2 Equilibrio collettivo

L'adozione del principio di *equilibrio collettivo* tra i contributi e le prestazioni richiede innanzitutto:

- a) la scelta della *collettività di riferimento*;
- b) la scelta del *periodo di gestione*.

Esempi di collettività di riferimento sono i seguenti:

- gli attivi ed i pensionati presenti all'epoca di valutazione (caso di una *collettività chiusa*);
- gli attivi ed i pensionati presenti all'epoca di valutazione ai quali si aggiungono i nuovi ingressi (attivi) nel periodo di gestione (caso di una *collettività aperta*).

Il periodo di gestione è individuato da un numero N di anni a partire dall'epoca di valutazione (per semplicità, sia essa l'epoca 0). In particolare:

- per una collettività chiusa, esso può essere individuato dall'età estrema dell'attivo più giovane appartenente alla collettività (caso di una *durata finita della gestione*);
- per una collettività aperta, esso può essere più ampio ed è possibile porre, in particolare, $N=+\infty$ (caso di una *durata illimitata della gestione*).

Il principio di equilibrio collettivo è fondato sul *criterio della speranza matematica* e stabilisce che, in un qualunque istante k di gestione ($0 \leq k \leq N$), il valore attuale medio delle prestazioni future (vale a dire, relative all'orizzonte temporale (k, N)) eguagli la somma del valore attuale medio dei corrispondenti contributi e dell'eventuale riserva accantonata in k .

Ai fini dell'applicazione di tale principio di equilibrio è necessaria la fissazione di opportune *basi tecniche*, vale a dire:

- a) le *basi demografiche*, innanzitutto le probabilità di eliminazione dalla collettività degli attivi per le cause di invalidità, vecchiaia e morte;
- b) la *base finanziaria*, costituita dal tasso annuo di interesse (certo), i , in base al quale attualizzare le prestazioni;
- c) le *basi economiche*, innanzitutto l'andamento delle retribuzioni in funzione dell'anzianità lavorativa e le variazioni delle retribuzioni (e , quindi, delle pensioni) in termini reali.

Nel caso di una collettività aperta occorre inoltre formulare opportune ipotesi sui nuovi ingressi (attivi) nella collettività.

Nell'ipotesi, frequentemente accolta, che sia adottato il *metodo degli anni di gestione* (o, anche, *metodo delle stime annuali*) per la valutazione dei contributi e delle prestazioni, si indichi con:

- C_t ($t=0, 1, \dots, N-1$) il *valore medio dei contributi* relativi alla data collettività nell'anno di gestione $t+1$ (vale a dire, nell'intervallo $(t, t+1)$);
- O_t ($t=0, 1, \dots, N-1$) il *valore medio degli oneri per prestazioni pensionistiche* relativi alla data collettività nell'anno di gestione $t+1$, ad esempio:
 - le *rate di pensione* erogate ai pensionati presenti nell'anno;
 - i *capitali di copertura delle rendite* spettanti ai nuovi pensionati dell'anno.

Le quantità C_t e O_t ($t=0,1,\dots,N-1$) sono valori medi di quantità la cui aleatorietà dipende dall'aleatorietà dei numeri di individui presenti nella collettività ed anche dalla formazione delle retribuzioni e dalla loro evoluzione nel tempo.

Nell'ipotesi che i contributi e gli oneri per pensioni siano corrisposti all'inizio dell'anno, indicato con $v=(1+i)^{-1}$ il *fattore annuo di attualizzazione finanziaria*, all'epoca 0 di valutazione l'equilibrio collettivo è così espresso:

$$(1) \quad \sum_{t=0}^{N-1} C_t v^t = \sum_{t=0}^{N-1} O_t v^t .$$

Con riferimento ad uno schema previdenziale a prestazione definita, fissate le prestazioni O_0, O_1, \dots, O_{N-1} , vi sono infinite possibilità di scelta dei contributi C_0, C_1, \dots, C_{N-1} in modo da verificare la condizione di equilibrio collettivo (1). Analogamente avviene, a ruoli invertiti tra contributi e prestazioni, nell'ambito di uno schema a contributo definito.

Si definisce *sistema tecnico-finanziario di gestione* un qualunque criterio di calcolo dei (valori medi dei) contributi C_0, C_1, \dots, C_{N-1} (o delle prestazioni O_0, O_1, \dots, O_{N-1}) tale che, fissate le prestazioni (o i contributi), sia soddisfatta la condizione di equilibrio collettivo (1).

Con riferimento ad uno schema previdenziale a prestazione definita, si ipotizzi che, per ciascun attivo, il contributo, c_t , nell'anno di gestione $t+1$ sia dato da un'aliquota, α_t , della relativa retribuzione, z_t . Si ha così $c_t = \alpha_t z_t$ e l'aliquota α_t è denominata *aliquota di contribuzione* (o, anche, *premio medio*).

Indicato con Z_t l'ammontare complessivo delle retribuzioni percepite, all'epoca t , dagli attivi che appartengono alla data collettività, si ha

$$(2) \quad C_t = \alpha_t Z_t$$

e la condizione di equilibrio collettivo (1) può essere così riscritta:

$$(3) \quad \sum_{t=0}^{N-1} \alpha_t Z_t v^t = \sum_{t=0}^{N-1} O_t v^t .$$

La (3) pone in evidenza come, fissate le retribuzioni Z_t e gli oneri per pensioni O_t ($t=0,1,\dots,N-1$), un sistema tecnico-finanziario di gestione sia individuato da una particolare sequenza di aliquote di contribuzione $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{N-1}$. Il problema ammette infinite soluzioni ed è immediato comprendere come ciascuna di esse determini, nel periodo di gestione, una differente distribuzione del carico relativo al finanziamento dello schema previdenziale.

Tra i diversi possibili sistemi tecnico-finanziari impiegabili per la gestione dello schema previdenziale occorre innanzitutto distinguere tra:

- a) *sistemi a capitalizzazione (collettiva)*;
- b) *sistemi a ripartizione*.

In un *sistema a capitalizzazione* la contribuzione relativa ad un dato assicurato (attivo) concorre al finanziamento della prestazione pensionistica che potrà essere percepita in futuro dal medesimo assicurato (o dagli eventuali superstiti nel caso, qui escluso, in cui lo schema previdenziale eroghi anche prestazioni in caso di morte del tipo rendita vitalizia). Lo sfasamento temporale esistente tra la corresponsione dei contributi e l'erogazione della pensione determina, in un sistema di questo tipo, la formazione di una *riserva*.

In un *sistema a ripartizione* la contribuzione relativa ad un dato assicurato (attivo) non finanzia invece la prestazione pensionistica che potrà essere percepita in futuro dal medesimo assicurato (o, laddove previsto, dagli eventuali superstiti), essendo questo finanziamento interamente affidato ad altri soggetti (in particolare, alle future generazioni di attivi). In conseguenza è possibile che non si determini la formazione di una riserva.

I sistemi tecnico-finanziari in uso per la gestione di uno schema di previdenza complementare sono tipicamente a capitalizzazione.

Nei seguenti esempi 1 e 2 è descritto un sistema tecnico-finanziario di notevole importanza nella gestione di uno schema di previdenza complementare.

Esempio 1

Si consideri uno schema di previdenza complementare a prestazione definita ed una collettività aperta, costituita dagli attivi e dai pensionati presenti all'epoca 0 di valutazione e, inoltre, dai nuovi ingressi (attivi) nel periodo di gestione (N

anni, eventualmente $N=+\infty$). Si ipotizzi inoltre che gli oneri per prestazioni pensionistiche O_0, O_1, \dots, O_{N-1} consistano nel pagamento delle rate di pensione ai pensionati presenti all'inizio di ciascuno degli anni del periodo di gestione.

Indicato con $O_t^{(R)}$ l'onere in questione per l'anno di gestione $t+1$, la condizione di equilibrio collettivo (3) assume ora la seguente espressione:

$$(4) \quad \sum_{t=0}^{N-1} \alpha_t^{(R)} Z_t v^t = \sum_{t=0}^{N-1} O_t^{(R)} v^t.$$

In particolare, nell'ipotesi che l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni venga realizzato mediante un'aliquota di contribuzione costante nel periodo di gestione, vale a dire $\alpha_t^{(R)} = \alpha^{(R)}$ ($t=0,1,\dots,N-1$), si ottiene il sistema tecnico-finanziario di gestione denominato *sistema del premio medio generale*. Esso è individuato dall'aliquota di contribuzione

$$(5) \quad \alpha^{(R)} = \frac{\sum_{t=0}^{N-1} O_t^{(R)} v^t}{\sum_{t=0}^{N-1} Z_t v^t}.$$

Allo scopo di distinguere il caso di una durata finita dal caso di una durata illimitata della gestione, il premio medio generale (5) è indicato con $\alpha(N)^{(R)}$ nel primo caso e, invece, con $\alpha(\infty)^{(R)}$ nel secondo caso.

Esempio 2

Per la definizione dell'equilibrio tra contributi e prestazioni si considerino la collettività di riferimento ed il periodo di gestione (di durata finita o illimitata) scelti nell'esempio 1. Tuttavia, si ipotizzi ora che gli oneri per prestazioni pensionistiche consistano nel pagamento dei capitali di copertura delle rendite ai nuovi pensionati di ciascuno degli anni del periodo di gestione.

Indicato con $O_t^{(C)}$ l'onere in questione per l'anno di gestione $t+1$, la condizione di equilibrio collettivo (3) assume ora la seguente espressione:

$$(6) \quad \sum_{t=0}^{N-1} \alpha_t^{(C)} Z_t v^t = \sum_{t=0}^{N-1} O_t^{(C)} v^t.$$

In particolare, nell'ipotesi che l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni venga realizzato mediante un'aliquota di contribuzione costante nel periodo di gestione, vale a dire $\alpha_t^{(C)} = \alpha^{(C)}$ ($t=0,1,\dots,N-1$), si ottiene ancora il *sistema del premio medio generale*. Esso è ora individuato dall'aliquota di contribuzione

$$(7) \quad \alpha^{(C)} = \frac{\sum_{t=0}^{N-1} O_t^{(C)} v^t}{\sum_{t=0}^{N-1} Z_t v^t} .$$

Analogamente a quanto descritto nell'esempio 1, il premio medio generale (7) è indicato con $\alpha(N)^{(C)}$ nel caso di durata finita della gestione e, invece, con $\alpha(\infty)^{(C)}$ nel caso di durata illimitata della gestione. Il sistema del premio medio generale, definito mediante la (4) o la (6), è un sistema a capitalizzazione e determina quindi, all'epoca t ($0 < t < N$), la formazione di una riserva.

Per quanto concerne le relazioni tra i premi medi generali (5) e (7), si ha $\alpha(N)^{(R)} \neq \alpha(N)^{(C)}$, mentre è $\alpha(\infty)^{(R)} = \alpha(\infty)^{(C)}$ nell'ipotesi di convergenza delle serie che compaiono nelle suddette espressioni.

3.3 Equilibrio individuale attuariale

Si consideri una collettività costituita da assicurati, ad esempio lavoratori dipendenti di un'azienda, di sesso maschile (denotato con l'indice m) ed aventi età x all'inizio dell'attività lavorativa che, per semplicità, si suppone coincidente con l'epoca 0 di valutazione. In relazione a ciascun assicurato, inoltre, sia n l'istante di ingresso in quiescenza e R la prestabilita rata annua della rendita.

In tali ipotesi, il principio di *equilibrio individuale attuariale*, anch'esso fondato sul criterio della speranza matematica, stabilisce che, in relazione a ciascun assicurato in un qualunque istante k compreso nel periodo di attività (vale a dire, $0 \leq k \leq n$), la somma del valore attuale medio dei contributi futuri e dell'eventuale riserva accantonata in k eguagli il valore attuale medio delle corrispondenti prestazioni, essendo quest'ultimo importo eguale a

$$(8) \quad R \cdot {}_{n-k}E_{x+k}^{(m)} \ddot{a}_{x+n}^{(m)} ,$$

dove ${}_n-kE_{x+k}^{(m)}$ indica il *fattore di sconto attuariale* (all'età $x+k$, per una durata di $n-k$ anni) e $R\ddot{a}_{x+n}^{(m)}$ è il *capitale di copertura della rendita*.

In un qualunque istante k compreso nel periodo di quiescenza dell'assicurato (vale a dire, $k > n$), l'equilibrio individuale attuariale viene invece garantito dall'accantonamento di una riserva di importo eguale a $R\ddot{a}_{x+k}^{(m)}$.

Anche ai fini dell'applicazione del principio di equilibrio individuale attuariale è necessaria la fissazione di opportune basi tecniche. Poiché l'equilibrio viene ora riferito al singolo assicurato o, più propriamente, ad una *collettività chiusa* costituita da *rischi omogenei* (rispetto alle variabili *età* e *sesso*), è irrilevante invece la formulazione di ipotesi su eventuali futuri ingressi nella collettività (nell'esempio qui considerato, attivi della data azienda).

In caso di morte dell'assicurato all'epoca k , nello stato di attivo ($0 \leq k \leq n$) o di pensionato ($k > n$), la riserva accantonata, propriamente la *riserva matematica* delle assicurazioni individuali sulla durata di vita, viene attribuita agli assicurati superstiti, contribuendo in questo modo a finanziare le prestazioni che potranno essere erogate a loro beneficio.

Il valore attuale medio dei contributi futuri, al tempo k ($0 \leq k \leq n$), può essere specificato fissando opportune sequenze di contributi c_1, c_2, \dots, c_s (con $s \leq n$), ad esempio:

- in funzione di un'assegnata rata R della rendita, nell'ambito di uno schema a prestazione definita;
- in funzione di altre grandezze, tipicamente la retribuzione, nell'ambito di uno schema a contributo definito.

In entrambi i casi sono poi applicabili alcuni schemi di tariffazione delle rendite vitalizie noti nell'ambito dell'assicurazione privata individuale (in particolare, lo schema a premi annui costanti e lo schema a premi unici ricorrenti).

3.4 Equilibrio individuale finanziario

Si consideri un assicurato, ad esempio un lavoratore dipendente di un'azienda, di sesso maschile (m) ed avente età x all'inizio dell'attività lavorativa che, per semplicità, si suppone coincidente con l'epoca 0 di valutazione; inoltre, sia n l'istante di ingresso in quiescenza e R la prestabilita rata annua della rendita.

In tali ipotesi, il principio di *equilibrio individuale finanziario* stabilisce che il montante finanziario dei contributi versati, al tempo n , eguagli il capitale di copertura della rendita.

In generale, una qualunque sequenza di versamenti (contributi) che ottenga, all'epoca n , un montante finanziario eguale a $R\ddot{a}_{x+n}^{(m)}$ (*costituzione finanziaria del capitale di copertura della rendita*), rappresenta una modalità di acquisto della pensione compatibile con il principio di equilibrio individuale finanziario.

Il principio in esame può essere applicato esclusivamente al periodo di attività dell'assicurato, durante il quale vengono versati i contributi. Durante il periodo di quiescenza l'equilibrio è invece di tipo individuale attuariale ed è garantito dalla riserva matematica originata dal capitale di copertura della rendita.

In caso di morte dell'assicurato nel periodo di quiescenza (all'epoca k , con $k > n$) la riserva (matematica) ivi accantonata viene attribuita agli assicurati superstiti, mentre in caso di morte dell'assicurato nel periodo di attività (all'epoca k , con $0 \leq k \leq n$) la riserva ivi accantonata (propriamente, il montante finanziario dei contributi versati) viene accreditata agli eventuali superstiti dell'attivo che ne abbiano diritto. Tale prestazione, in caso di morte, fa sì che la misura (globale) del contributo, a parità di prestazione, sia maggiore rispetto a quella ottenibile in base al principio di equilibrio individuale attuariale.

3.5 Mutualità e solidarietà

In generale, l'adozione di un dato principio di equilibrio determina contributi che, a parità di prestazioni, differiscono da quelli ottenibili mediante l'impiego di un altro principio di equilibrio. Dopo avere evidenziato, nel paragrafo 3.4, la differenza tra l'equilibrio individuale attuariale e l'equilibrio individuale finanziario, viene ora posto a confronto l'equilibrio individuale attuariale con l'equilibrio collettivo. Si osserva che:

- a) l'applicazione del primo, riguardante una collettività di *rischi omogenei*, determina un *effetto di mutualità* tra tali rischi, il quale si attua mediante un trasferimento di risorse finanziarie (provenienti dai contributi) tra i rischi in termini di flussi effettivi;
- b) l'applicazione del secondo, riguardante una collettività di *rischi eterogenei*, determina un *effetto di solidarietà* tra tali rischi, il quale si attua mediante un trasferimento di risorse finanziarie tra i rischi in termini di flussi attesi.

L'effetto di mutualità concerne pertanto l'equilibrio "ex-post" tra contributi e prestazioni, mentre l'effetto di solidarietà riguarda l'equilibrio "ex-ante" tra contributi e prestazioni. L'applicazione del principio di equilibrio collettivo (ad una collettività di rischi eterogenei) non modifica tuttavia in alcun modo l'effetto di mutualità esistente all'interno dei diversi sottoinsiemi di rischi (omogenei) della data collettività che risulterebbero gravati da un eguale livello di contribuzione in base al principio di equilibrio individuale attuariale.

Per ottenere una semplice *misura della solidarietà*, all'epoca k di valutazione (compresa nel periodo di attività dell'assicurato: $0 \leq k \leq n$), derivante dalla applicazione, ad una data collettività di rischi eterogenei in un dato periodo di tempo, di un assegnato sistema tecnico-finanziario di gestione, si ipotizzi che:

- in accordo al principio dell'equilibrio collettivo, sia adottato il *sistema del premio medio generale*, ad esempio $\alpha^{(\infty)(R)}$: è quindi $c_k = \alpha^{(\infty)(R)} z_k$, con ovvio significato dei simboli, il contributo annuale di equilibrio;
- in accordo al principio dell'equilibrio individuale, sia adottato il *sistema di tariffazione a premio annuo costante* per l'intera durata del differimento della rendita: è quindi $c_x^{(m)}$, con ovvio significato dei simboli, il contributo (premio) annuale di equilibrio.

Il confronto tra i contributi (annuali) c_k e $c_x^{(m)}$ evidenzia che, alla fissata epoca k di valutazione, se è $c_k < c_x^{(m)}$ (risp., $c_k > c_x^{(m)}$) l'assicurato *riceve* (risp., *offre*) *solidarietà* da (risp., ad) altri assicurati della data collettività di riferimento.

E' evidente che la presenza di un consistente effetto di solidarietà è ammissibile solo nell'ambito di uno schema di previdenza complementare caratterizzato da *adesione obbligatoria*. Infatti, l'eventuale non obbligatorietà di adesione allo schema potrebbe favorire l'abbandono dello schema da parte degli assicurati chiamati a corrispondere più elevate quote di solidarietà, compromettendo così anche la possibilità di realizzare l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni.

Tuttavia non può essere ignorato il fatto che i metodi di tariffazione impiegati tradizionalmente nell'assicurazione privata individuale comportano anche la presenza, in misura talvolta non trascurabile, dell'effetto di solidarietà. Tale risultato è la conseguenza dell'eventuale non considerazione, ai fini del calcolo del premio, di alcuni fattori di rischio (ad esempio l'essere o meno fumatore nelle assicurazioni sulla durata di vita o la percorrenza annua media del veicolo nelle assicurazioni di responsabilità civile autoveicoli).

3.6 Riscatto, riduzione ed anticipazione della prestazione

Con riferimento ad una collettività costituita dai lavoratori dipendenti di un'azienda, uno schema di previdenza complementare caratterizzato da un modello di finanziamento delle prestazioni che prevede, per ciascun assicurato, la formazione di una riserva deve inoltre specificare le cosiddette *regole di vesting*, vale a dire l'insieme delle norme che disciplinano la destinazione della riserva in caso di *interruzione del rapporto di lavoro* a seguito di dimissioni o licenziamento volontario del dipendente.

A tale fine occorre preliminarmente considerare se l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni è di tipo individuale o collettivo. Infatti, nel caso di uno schema previdenziale basato sull'equilibrio individuale è facilmente determinabile la riserva relativa al singolo assicurato, mentre nel caso di uno schema previdenziale basato sull'equilibrio collettivo devono essere adottati opportuni criteri per determinare l'entità della riserva relativa al singolo assicurato.

Nel caso di uno schema previdenziale basato sull'equilibrio individuale viene generalmente riconosciuta all'assicurato la quota della riserva che deriva dagli eventuali contributi a suo carico. In particolare, essa può:

- a) essere direttamente riscossa al momento dell'interruzione del rapporto di lavoro (caso del *riscatto della prestazione*);
- b) originare una rendita, all'epoca n di ingresso in quiescenza, di rata inferiore a R (caso della *riduzione della prestazione*).

Per quanto concerne invece la quota della riserva che deriva dagli eventuali contributi effettuati dal datore di lavoro, essa può essere concessa all'assicurato in misura più o meno consistente. In ogni caso, essa è generalmente crescente con l'anzianità di appartenenza dell'assicurato allo schema previdenziale.

E' agevole comprendere come le norme che disciplinano la destinazione della riserva in caso di interruzione del rapporto di lavoro a seguito di dimissioni o licenziamento volontario del dipendente possano eventualmente incentivare una *politica di prepensionamenti* all'interno dell'azienda.

Si segnala infine che uno schema di previdenza complementare può prevedere, a favore degli assicurati che soddisfano determinati requisiti riguardanti il numero di anni di contribuzione, un'*anticipazione della prestazione* per specifiche esigenze (spese sanitarie, acquisto della prima casa, ...).

3.7 Rischi relativi alla gestione previdenziale

I rischi relativi alla gestione di uno schema di previdenza complementare che eroghi solamente prestazioni pensionistiche in caso di vita, in modo analogo a quanto avviene nella gestione di un portafoglio di assicurazioni sulla durata di vita (in particolare, di rendite vitalizie), possono essere così classificati:

- a) *rischio demografico*;
- b) *rischio finanziario*;
- c) *rischio di spese*;
- d) *rischio di comportamento*;
- e) *rischio economico*.

In uno schema previdenziale basato su un principio di equilibrio individuale (attuariale o finanziario) è di grande rilievo anche la *localizzazione temporale dei rischi* ed occorre pertanto distinguere, per ciascun assicurato, il periodo di attività dal successivo periodo di quiescenza.

Indipendentemente dal principio di equilibrio adottato, è inoltre di interesse la *localizzazione dei rischi presso i diversi soggetti* che partecipano alla gestione previdenziale.

Di seguito vengono brevemente presentati, con riferimento ad uno schema di previdenza complementare definito a livello di azienda, i principali rischi relativi alla gestione previdenziale ed è altresì fornita una sintetica descrizione della localizzazione dei rischi, su base temporale e presso i diversi soggetti.

Per quanto concerne il *rischio demografico*, generato dalle possibili durate aleatorie di vita degli assicurati, si hanno effetti negativi per il gestore allorché la mortalità effettiva degli assicurati risulta inferiore a quella attesa poiché si ha, in questo caso, un insufficiente accantonamento di riserve da destinare agli assicurati superstiti. Il rischio è presente nel periodo di erogazione della rendita, mentre nel periodo di attività dell'assicurato il rischio è presente solo se si adotta il principio di equilibrio individuale attuariale (per la difficoltà nel finanziamento delle riserve relative agli assicurati in vita). In relazione ai soggetti, il rischio è localizzato presso il gestore e può essere da quest'ultimo trasferito (almeno parzialmente) ad un assicuratore.

Per quanto concerne il *rischio finanziario* (o, anche, *rischio di investimento*), originato dai possibili accadimenti riguardanti il mercato nel quale vengono

effettuati gli investimenti relativi ai contributi ed alle riserve, l'unico modello di finanziamento esente da tale rischio è il modello "pay as you go". Il rischio è localizzato lungo l'intera durata di vita dell'assicurato e, nel periodo di attività di quest'ultimo, il rischio è presente anche se si adotta il principio di equilibrio individuale finanziario. In relazione ai soggetti, il rischio è a carico:

- dell'assicurato, nell'ambito di uno schema a contributo definito senza garanzia di minimo;
- del gestore, sia nell'ambito di uno schema a contributo definito con garanzia di minimo sia nell'ambito di uno schema a prestazione definita allorché le integrazioni, eventualmente richieste in conseguenza di una diminuzione del tasso di rendimento, sono a carico del gestore.

Per quanto concerne il *rischio di spese*, causato dai possibili andamenti delle varie categorie di spese (spese di incasso contributi e spese generali di gestione) che gravano sulla gestione previdenziale, le problematiche risultano notevolmente differenziate a seconda della modalità attuativa dello schema di previdenza complementare. Infatti, mentre la considerazione delle spese e dei relativi caricamenti è estranea alla prassi dei fondi pensione autogestiti, specifici *caricamenti per spese* sono previsti nelle assicurazioni collettive (anche se l'entità delle spese è inferiore a quella prevista, a parità di ogni altra condizione, nell'ambito dell'assicurazione privata individuale).

Per quanto concerne il *rischio di comportamento*, determinato dalle possibili scelte operate dagli assicurati, ha notevole importanza l'*opzione capitale* che consente all'assicurato di ricevere, all'epoca *n* di ingresso in quiescenza, un importo eguale al capitale di copertura della rendita o ad una parte del capitale (rimanendo la parte residua erogata sotto forma di rendita). Effetti negativi possono aversi, in particolare, per la presenza di *antiselezione* tra gli assicurati che esercitano tale opzione. Il rischio in esame, traducendosi in una mortalità inferiore a quella attesa per i percettori delle rendite e manifestandosi al momento di ingresso in quiescenza dell'assicurato che esercita tale opzione, è ovviamente a carico del gestore.

Per quanto concerne infine il *rischio economico*, prodotto dall'evoluzione dello scenario economico nel quale si attua la dinamica dello schema di previdenza complementare, tra gli altri si segnalano:

- il rischio legato all'*andamento delle retribuzioni*;
- il rischio legato all'*andamento dell'inflazione*;
- il rischio legato all'*andamento della previdenza pubblica di base*.

4. Fondi pensione

Con riferimento ai *fondi pensione*, come è evidente dalla classificazione delle modalità contrattuali degli schemi di previdenza complementare presentata nel paragrafo 2.5, si distinguono:

- a) *fondi pensione autogestiti*;
- b) *fondi pensione assicurati*.

Nei primi, a differenza dei secondi, non si ha la partecipazione di almeno un intermediario finanziario (banca, ...) nella gestione previdenziale.

Per quanto riguarda le relazioni intercorrenti tra i contributi e le prestazioni, si può sinteticamente osservare che:

- i fondi pensione autogestiti possono essere a contributo definito o a prestazione definita (in prevalenza, aggiuntiva) ed i relativi contributi (con eventuale partecipazione degli assicurati al finanziamento delle prestazioni) possono essere determinati in base ad un principio di equilibrio individuale o in base al principio di equilibrio collettivo (in quest'ultimo caso è generalmente adottato, in particolare, il sistema del premio medio generale);
- i fondi pensione assicurati possono essere anch'essi a contributo definito (generalmente con garanzia di minima prestazione) o a prestazione definita (in prevalenza, aggiuntiva) ed i relativi contributi sono determinati in base ad un principio di equilibrio individuale (per lo più, finanziario).

Con riferimento ai fondi pensione assicurati, occorre inoltre distinguere tra le seguenti due tipologie:

- a) *fondi chiusi*: sono originati da contratti collettivi di lavoro e si riferiscono ai lavoratori che appartengono ad una data collettività (azienda, associazione professionale, ...);
- b) *fondi aperti*: sono costituiti unilateralmente da un intermediario finanziario e ad essi un lavoratore può aderire individualmente, in modo del tutto indipendente da uno specifico rapporto di lavoro, allo scopo di costituire per sé una pensione complementare.

Nell'ambito dei fondi pensione assicurati si collocano anche le *assicurazioni collettive*, le quali prevedono che la gestione previdenziale sia completamente affidata ad un'impresa di assicurazioni. Esse saranno più approfonditamente esaminate nel seguente paragrafo 5.

5. Assicurazioni collettive

5.1 Premesse

Nell'ambito delle varie forme di previdenza complementare, un'*assicurazione collettiva* rappresenta senza alcun dubbio la modalità tecnicamente più vicina all'assicurazione privata individuale. Un'assicurazione collettiva si differenzia tuttavia da un insieme di coperture assicurative individuali in conseguenza dell'*unicità di contraenza* (nel caso di previdenza definita a livello di azienda, ad esempio, contraente è l'azienda ed assicurati sono i dipendenti dell'azienda) e questa caratteristica ha importanti effetti anche in termini di "pricing" della copertura assicurativa.

Per quanto riguarda i rischi oggetto della copertura (e, quindi, le prestazioni erogate), si distinguono le seguenti forme di previdenza:

- a) *assicurazioni collettive previdenziali*, le quali prevedono l'erogazione di prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia;
- b) *assicurazioni collettive di puro rischio*, le quali prevedono l'erogazione di prestazioni in caso di morte (e, talvolta, in caso di invalidità permanente) del tipo capitale.

5.2 Assicurazioni collettive previdenziali

Lo strumento tecnico utilizzato per la costruzione di un'*assicurazione collettiva previdenziale* è costituito da un insieme di *assicurazioni individuali di rendita vitalizia differita*.

L'equilibrio tra i contributi (premi) e le prestazioni, nell'ambito di uno schema previdenziale a prestazione definita (in prevalenza, aggiuntiva) o a contributo definito, può essere di tipo individuale attuariale o individuale finanziario.

Con riferimento all'*equilibrio individuale attuariale*, vengono tradizionalmente prese in considerazione le seguenti due possibili modalità di acquisto della rendita vitalizia:

- a) *a premi annui costanti*;
- b) *a premi unici ricorrenti*.

Con riferimento all'*equilibrio individuale finanziario*, si procede all'acquisto della rendita mediante la *costituzione finanziaria del capitale di copertura della rendita*.

Indipendentemente dalla prescelta modalità d'acquisto della rendita, i principali aspetti caratteristici di un'assicurazione collettiva previdenziale sono di seguito sinteticamente richiamati:

- a) è generalmente previsto un meccanismo di *rivalutazione delle prestazioni*, mediante retrocessione del sovrainteresse;
- b) negli schemi contributori è anche frequentemente prevista una *clausola di controassicurazione*, generalmente limitata alla parte di contribuzione posta a carico dell'assicurato;
- c) è generalmente concessa agli assicurati la possibilità di esercitare diverse *opzioni*, in particolare l'*opzione capitale* (riguardante di norma una parte del capitale di copertura della rendita);
- d) l'entità dei *caricamenti per spese* è usualmente determinata in via forfettaria ed è sensibilmente inferiore (in forza dell'unicità di contraenza e della conseguente minore incidenza di alcune categorie di spese) rispetto a quella che si otterrebbe dalla somma delle singole assicurazioni di rendita vitalizia.

Nei seguenti esempi 3, 4 e 5 si considerano, rispettivamente, le descritte tre modalità di acquisto di una rendita vitalizia differita n anni, anticipata, relativa ad un assicurato, ad esempio di sesso maschile e di età iniziale x. La rata annua della rendita, nell'ambito di uno schema previdenziale a prestazione definita, è posta eguale a R. Nelle espressioni che seguono è omissso, per brevità, l'indice che denota il sesso dell'assicurato.

Esempio 3

Nell'ipotesi di pagamento di una sequenza di *premi annui equi costanti* per l'intera durata del differimento (n anni), ciascuno di essi indicato con P, si ottiene

$$(9) \quad P = \frac{R \cdot {}_n/\ddot{a}_x}{{}_n\ddot{a}_x},$$

con ovvio significato dei simboli ${}_n/\ddot{a}_x$ e ${}_n\ddot{a}_x$.

Il montante attuariale, all'epoca n , dei premi versati è eguale a $R\ddot{a}_{x+n}$ (vale a dire, il capitale di copertura della rendita). Infatti, si ha

$$(10) \quad P \text{ } _{/n}\ddot{s}_x = \frac{P \text{ } _{/n}\ddot{a}_x}{\text{ } _nE_x} = \frac{R \text{ } _{n/}\ddot{a}_x}{\text{ } _nE_x} = R \ddot{a}_{x+n},$$

con ovvio significato dei simboli $\text{ } _{/n}\ddot{s}_x$ e $\text{ } _nE_x$.

In tale ipotesi la *riserva matematica pura*, valutata prospettivamente all'epoca k ($k=0,1,\dots$) ed indicata con V_k , assume la seguente espressione:

$$(11) \quad V_k = \begin{cases} R \text{ } _{n-k/}\ddot{a}_{x+k} - P \text{ } _{/n-k}\ddot{a}_{x+k} & \text{se } k < n \\ R \ddot{a}_{x+k} & \text{se } k \geq n \end{cases}$$

Esempio 4

Nell'ipotesi di pagamento di una sequenza di *premi unici equi ricorrenti*, indicati con U_1, U_2, \dots, U_n , vale la seguente relazione di equilibrio:

$$(12) \quad \sum_{h=1}^n U_h \text{ } _{h-1}E_x = R \text{ } _{n/}\ddot{a}_x.$$

Considerando una scomposizione della rata R in n assegnate rate R_1, R_2, \dots, R_n , una per ciascun anno di differimento, e richiedendo che il generico premio U_h finanzia la rata R_h , si ha

$$(13) \quad U_h = R_h \text{ } _{n-h+1/}\ddot{a}_{x+h-1}, \quad h = 1, 2, \dots, n.$$

In particolare, si ha

$$(14) \quad U_1 < U_2 < \dots < U_n$$

se è $R_h = \frac{R}{n}$.

La riserva matematica pura, V_k ($k=0,1,\dots$), assume la seguente espressione:

$$(15) \quad V_k = \begin{cases} {}_{n-k}/\ddot{a}_{x+k} \sum_{h=1}^k R_h & \text{se } k < n \\ R \ddot{a}_{x+k} & \text{se } k \geq n \end{cases}$$

Lo schema a premi annui costanti (esempio 3) può essere convenientemente reinterpretato nell'ambito dello schema a premi unici ricorrenti. Infatti, posto $U_h = P$, è immediata la determinazione della parte di rata, R_h , acquistata mediante il pagamento di ciascun premio, vale a dire

$$(16) \quad R_h = \frac{P}{{}_{n-h+1}/\ddot{a}_{x+h-1}}, \quad h = 1, 2, \dots, n,$$

dove è $R_1 > R_2 > \dots > R_n$.

Esempio 5

Nell'ipotesi di costituzione finanziaria del capitale di copertura della rendita mediante una sequenza di *versamenti annuali* (anticipati) Q_1, Q_2, \dots, Q_n , è

$$(17) \quad \sum_{h=1}^n Q_h (1+i)^{n-h+1} = R \ddot{a}_{x+n}.$$

Nel caso di versamenti costanti, vale a dire $Q_h = Q$ ($h=1,2,\dots,n$), si ha

$$(18) \quad Q = \frac{R \ddot{a}_{x+n}}{\ddot{s}_n}.$$

Essendo $\ddot{s}_n < {}_n/\ddot{s}_x$, è immediato verificare come il versamento annuale Q sia, a parità di ipotesi finanziaria (tasso annuo di interesse i), maggiore del premio annuo P determinato nell'esempio 3. Tale risultato è una diretta conseguenza del fatto che, in caso di morte dell'assicurato durante il periodo di attività, il principio di equilibrio individuale finanziario comporta che il montante finanziario costituito al momento della morte venga accreditato agli eventuali superstiti che ne abbiano diritto.

5.3 Assicurazioni collettive di puro rischio

Lo strumento tecnico utilizzato per la costruzione di un'assicurazione collettiva di puro rischio, nell'ipotesi che non sia presa in considerazione l'eventuale prestazione relativa all'invalidità permanente, è costituito da un insieme di assicurazioni individuali caso morte di durata annuale, rinnovabili a scadenza.

L'equilibrio tra i contributi (premi) e le prestazioni è di tipo individuale attuariale e l'acquisto delle coperture assicurative avviene in base allo schema a premi naturali (quindi, non si ha alcuna formazione di riserva matematica). Il riferimento annuale va però considerato ai soli fini delle valutazioni attuariali in quanto il contratto, ad esempio stipulato dal datore di lavoro nel caso di previdenza definita a livello di azienda, è tipicamente pluriennale.

Con riferimento ad un assicurato, ad esempio di sesso maschile e di età x , il premio annuo equo (per unità di capitale assicurato), indicato con P_x , è quindi

$$(19) \quad P_x = {}_{/1}\bar{A}_x,$$

con ovvio significato del simbolo ${}_{/1}\bar{A}_x$, nell'ipotesi che l'eventuale pagamento del capitale avvenga subito dopo il decesso e nell'ulteriore (consueta) ipotesi di uniforme distribuzione dei decessi nell'anno. Nella (19) e nelle espressioni che seguono è omesso, per brevità, l'indice che denota il sesso dell'assicurato.

In corrispondenza, il premio annuo di tariffa (per unità di capitale assicurato), indicato con Π_x , è dato dall'espressione

$$(20) \quad \begin{aligned} \Pi_x &= P_x + \alpha P_x + \beta \Pi_x + \gamma \Pi_x + \delta(x) \\ &= \frac{(1 + \alpha)P_x + \delta(x)}{1 - \beta - \gamma}, \end{aligned}$$

nell'ipotesi (frequentemente accolta) che:

- a) il caricamento esplicito di sicurezza sia eguale ad un'aliquota α per unità di premio equo;
- b) il caricamento per spese di incasso premi sia eguale ad un'aliquota β per unità di premio di tariffa;

c) il *caricamento per spese generali di gestione* sia eguale alla somma dei seguenti due addendi:

- un'aliquota γ per unità di premio di tariffa;
- un'aliquota $\delta(x)$ per unità di capitale assicurato, generalmente crescente al crescere dell'età dell'assicurato.

Con riferimento all'insieme degli assicurati della data collettività, il *premio annuo di tariffa collettivo*, indicato con Π , è eguale alla somma dei premi, Π_x , relativi ai singoli assicurati e calcolati mediante la (20).

Tuttavia, le assicurazioni collettive di puro rischio prevedono tradizionalmente *riduzioni del premio di tariffa collettivo* legate alla numerosità del gruppo degli assicurati e/o alla sinistrosità (mortalità) osservata.

In particolare, è accordato:

- a) uno *sconto di quantità*, usualmente determinato in funzione del numero N di assicurati ed applicato al premio annuo di tariffa collettivo Π ;
- b) un "*bonus*" di premio, usualmente concesso nel caso N non sia inferiore ad una prefissata soglia e determinato in funzione dell'utile che l'impresa di assicurazioni ha conseguito, in un determinato orizzonte temporale (di norma di ampiezza decrescente al crescere di N), per effetto di una mortalità effettiva inferiore a quella attesa (si attua così una *personalizzazione del premio in base all'esperienza*, tipicamente in vigore in alcune assicurazioni contro i danni). Sotto il profilo operativo, il "bonus" di premio può essere:
 - corrisposto in detrazione dei premi annui relativi all'anno successivo a quello nel quale esso matura;
 - liquidato in contanti al termine dell'assicurazione collettiva.

Va segnalato infine che le assicurazioni collettive di puro rischio richiedono di norma una sufficiente omogeneità dei capitali assicurati. Infatti, tali coperture sono generalmente stipulate senza alcuna *visita medica* e, pertanto, l'eventuale assenza di vincoli sui capitali assicurati potrebbe favorire un fenomeno di *antiselezione dei rischi* (vale a dire, una domanda di capitali assicurati più elevati da parte degli assicurati contraddistinti da aggravamenti di mortalità). Al fine di ridurre tale fenomeno, caratteristico delle assicurazioni sulla durata di vita, le assicurazioni collettive di puro rischio prevedono di norma anche l'*adesione obbligatoria*.

Bibliografia

- [1] **Booth P., Chadburn R., Cooper D., Haberman S., James D.**, *Modern actuarial theory and practice*, Chapman & Hall, London, 1999.
- [2] **Bowers N., Gerber H., Hickman J., Jones D., Nesbitt C.**, *Actuarial mathematics*, The Society of Actuaries, Schaumburg, Illinois, 1997.
- [3] **Farrimond W., Mayer D.**, *Actuarial cost methods: a review*, American Society of Pension Actuaries, New York, 1994.
- [4] **Fedele U.**, *Tecnica attuariale delle assicurazioni sociali*, Il Cigno Galileo Galilei, Roma, 1996.
- [5] **Grasso F.**, *Sulla misura della solidarietà in alcuni sistemi Bonus-Malus*, Atti del VI Congresso Nazionale degli Attuari, Milano, 1998.
- [6] **Grasso F.**, *Elementi di tecnica attuariale della previdenza complementare*, Dipartimento di Matematica per le Decisioni, n.4, Firenze, 2001.
- [7] **Lee E.**, *An introduction to pension schemes*, The Institute of Actuaries and The Faculty of Actuaries, London, 1986.
- [8] **McGill D.**, *Fundamentals of private pensions*, University of Pennsylvania Press, Pennsylvania, 1996.
- [9] **Pitacco E.**, *Matematica e tecnica attuariale delle assicurazioni sulla durata di vita*, LINT, Trieste, 2000.
- [10] **Spreeuw J.**, *Solidarity in group life insurance*, Proceedings of the XXVII International ASTIN Colloquium, vol.1, Copenaghen, 1996.
- [11] **Tomassetti A.**, *Lezioni di tecnica attuariale delle assicurazioni sociali*, Veschi, Roma, 1986.
- [12] **Tomassetti A. (a cura di)**, *Tecnica attuariale per collettività*, voll.1-2, Edizioni Kappa, Roma, 1995.
- [13] **Tomassetti A. (a cura di)**, *Ricerche di tecnica attuariale per collettività*, Università di Catania, Facoltà di Economia, Catania, 2001.
- [14] **Wolthuis H.**, *Life insurance mathematics (the markovian model)*, CAIRE Education Series, n.2, Bruxelles, 1994.